

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (08 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]-2, +\infty[$ ، بـ: $f(x) = -2 + \frac{3}{x-2}$

- كل سؤال من الأسئلة الخمسة التالية يتضمن إجابة واحدة صحيحة، تعرف عليها، مع التبرير.

س1) يمكن كتابة الدالة f على الشكل:

$$1) f(x) = \frac{7+2x}{x-2} \quad 2) f(x) = \frac{-2x+7}{x-2} \quad 3) f(x) = \frac{-2x-7}{x-2}$$

س2) f' مشتقة الدالة f على المجال $]-2, +\infty[$ وعبارتها $f'(x)$ هي:

$$1) f'(x) = \frac{3}{(x-2)^2} \quad 2) f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2} \quad 3) f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

س3) نهاية $f(x)$ عند $(+\infty)$ هي:

$$1) +\infty \quad 2) +3 \quad 3) -2$$

س4) المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته هي:

$$1) x=2 \quad 2) x=3 \quad 3) y=2$$

س5) المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$ معادلته هي:

$$1) y = -\frac{1}{3}x + 10 \quad 2) y + 3x - 10 = 0 \quad 3) y = 3x - 10$$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على \mathbb{N} و أساسها موجب.

1- عيّن أساس هذه المتتالية و حدها الأول u_0 إذا علمت أن: $u_3 = 144$ و $u_5 = 576$.

2- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 18 \times 2^n$

3- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ، ثم استنتج قيمة العدد الطبيعي n حيث: $S_n = 1134$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد:

$$(1429^{2009} + 2008^{1430})$$

3) بيّن أن العدد A حيث:

$$A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$$

يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول	محاو الموضوع															
المجموع	مجزأة																	
09	0.5	التمرين الثالث: $a = -4$ ، $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ (1)																
	4×0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ (2)																
	2×0.5	التفسير البياني: المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتهما: $x = -1$ ، $y = 1$																
	1 حساب $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$: $f'(x)$ (3< جدول تغيرات f :																
	2×0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	$f'(x)$		+	+		$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1	
	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$													
	$f'(x)$		+	+														
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1														
1 معادلة المماس (Δ) هي : $y = \frac{1}{4}(x-3)$ (4)																	
2×0.5 $B(0, -3)$ ، $A(3, 0)$ (5)																	
1+0.5 رسم (Δ) و (C_f) (6)																	
08	<u>الموضوع الثاني</u>																	
	التمرين الأول:																	
	1+0.5 $f(x) = \frac{-2x+7}{x-2}$ (س1)																
	1+0.5 $f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$ (س2)																
	1+0.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ (س3)																
1+0.5 المستقيم المقارب معادلته: $x = 2$ (س4)																	
2 المماس هو: $y + 3x - 10 = 0$ (س5)																	
	التمرين الثاني:																	
1 $(q > 0)$ $u_5 = u_3 q^2$ (1)																	
 $q^2 = 4$ و منه $q = 2$																	
1 $u_0 = 18$																	

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الثاني	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
07	1+0.75	(2) عبارة u_n بدلالة n : $u_n = u \times q^n = 18 \times 2^n$: (3) حساب المجموع بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$	
	1+0.75	$\dots \dots \dots = u_0 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 18(2^{n+1} - 1)$	
	0.5	استنتاج قيمة n بحيث $S_n = 1134$ $2^{n+1} = 64$ معناه $S_n = 1134$	
	01	أي: $n = 5$	
05		<u>التمرين الثالث:</u>	
	4×0.25	(1) دراسة بواقي 7^n على 9 $\dots \dots \dots 7^3 \equiv 1[9]$, $7^2 \equiv 4[9]$, $7 \equiv 7[9]$, $7^0 \equiv 1[9]$ من أجل كل عدد طبيعي k	
	0.5+0.5	$\dots \dots \dots 7^{3k+2} \equiv 4[9]$, $7^{3k+1} \equiv 7[9]$, $7^{3k} \equiv 1[9]$	
		(2) تعيين باقي قسمة العدد : $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9	
	0.75	$\dots \dots \dots \begin{cases} 1429^{2009} \equiv 7^{3k+2}[9] \\ 1429^{2009} \equiv 4[9] \end{cases}$ و منه $1429 = 7[9]$	
	0.5	$\dots \dots \dots 2008^{1429} \equiv 1[9]$ و منه $2008 \equiv 1[9]$	
	0.5	$\dots \dots \dots 1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 5[9]$ إذن	
		(3) إثبات أن العدد $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$: يقبل القسم على 9 من أجل كل عدد n من \mathbb{N} .	
0.5	$\dots \dots \dots A \equiv (1+4+7+6)[9]$ أي: $A \equiv 18[9]$		
0.5	$\dots \dots \dots A \equiv 0[9]$		
0.25	إذن A يقبل القسمة على 9		